**Простая арифметика.**

Системы счисления (warm up).

1. (0,5) Заполните пустые ячейки таблицы:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Десятичная | Двоичная | Шестнадцатеричная |
| 0 | 0 | 0 |
| 167 | 10100111 | 0xA7 |
| 62 | 111110 | 0x3E |
| 188 | 10111100 | 0xBC |
| 55 | 110111 | 0x37 |
| 136 | 10001000 | 0x88 |
| 243 | 11110011 | 0xF3 |
| 82 | 1010010 | 0x52 |
| 172 | 10101100 | 0xAC |
| 231 | 11100111 | 0xE7 |
| 512 | 1000000000 | 0x200 |
| 63 | 111111 | 0x3F |
| 10 | 1010 | 0xA |
| 11 | 1011 | 0xB |
| 12 | 1100 | 0xC |

Беззнаковая арифметика ограниченной битности.

1. (0,5) Заполните таблицу таким образом, чтобы A + B == 0, при условии что A и B не отрицательные (очевидно, из заголовка раздела) и все вычисления ограничены 13 битами:

|  |  |
| --- | --- |
| A | B |
| 13 | 8179 |
| 89 | 8103 |
| 7959 | 233 |
| 6595 | 1597 |

1. (0,5) Посчитайте произведение двух неотрицательных чисел при условии, что все числа ограничены 17 битами:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | B | A \* B |
| 1597 | 233 | 109957 |
| 514229 | 28657 | 97637 |
| 13 | 89 | 1157 |
| 5039 | 5039 | 94625 |

Знаковая арифметика с использованием дополнения до 2.

1. (0,5) Найдите такое число X не равное 0, что X ==  -X, при условии, что вы ограничены указанным в таблице числом бит:

|  |  |
| --- | --- |
| Количество бит | X |
| 5 | -16 |
| 7 | -64 |
| 11 | -1024 |
| 13 | -4096 |

1. (0,5) Приведите битовую последовательность (старший бит слева), представляющую следующие отрицательные числа (используя дополнение до 2) в 11 битах:

|  |  |
| --- | --- |
| Число | Битовая последовательность |
| -157 | 11101100011 |
| -173 | 11101010011 |
| -211 | 11100101101 |
| -257 | 11011111111 |

1. (0,5) Впишите в таблицу минимальное и максимальное представимые с использованием дополнения до 2 значения для указанного количества бит:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Количество бит | MIN | MAX |
| 13 | -4096 | 4095 |
| 17 | -65536 | 65535 |
| 19 | -262144 | 262143 |

**Числа с плавающей точкой.**

1. (0,5) Пускай есть число с плавающей точкой (IEEE 754-like), занимающее 8 бит. Старший бит -- знак (s), следующие 4 бита  -- экспонента (e), оставшиеся 3 бита -- дробная часть (f). T.е. бинарное представление имеет вид "seeeefff".

Запишите в виде несократимой дроби (если возможно) следующие числа (представленные в бинарном виде):

1) 00000010 = 1/256

2) 00001001 = 9/512

3) 00000111 = 7/512

4) 11011101 = -26

5) 11111101 = NAN

Пример: 00110111 = 15/16

2. (0,5) Пускай есть число с плавающей точкой (IEEE 754-like), занимающее 6 бит.

Старший бит -- знак (s), следующие 3 бита  -- экспонента (e), оставшиеся 2 бита -- дробной части (f). T.е. бинарное представление имеет вид "seeeff".

Запишите в бинарном представлении (если возможно) следующие числа:

1) 0,125 = 0 000 10

2) -0,25 = 1 001 000

3) 1 = 0 011 00

4) 2,5 = 0 100 01

5) -28 = Unreal. Минимальное отрицательное, которое можем представить –

1 110 11 = -14. А просят -28. Для него всю экспоненту пришлось бы заполнить единицами, а это уже денормализованное число. Боль.

Пример: -1.25 = 1 011 01

1. (0,5) Отсортируйте числа в порядке возрастания (числа представлены в формате IEEE 754-like; запись бинарная; формат чисел -- seeeeffff):

Not Sorted:

000000000, 010001100, 000010000, 000001101, 010111010, 001110000, 100101100, 011101101, 110111010, 011010111.

Sorted:

110111010, 100101100, 000000000, 000001101, 000010000, 001110000, 010001100, 010111010, 011010111, 011101101.

(0,5) Опишите бинарное представление 1.0 в формате IEEE 754-like, если число бит экспоненты равно N, a число бит дробной части -- M (seN-1...e0fM-1...f0).

Как выглядит число: 0  0n-11n-21n-3..10 0m-1..00

Доказательство, что правда:

1. S = 0, следовательно, число положительно. Подходит.
2. E: 2^{ (2^{n-2}+2^{n-3}+…+1) – 2^{n-1} + 1 } = 2^{ (2^{n - 1} - 1) - 2^{n-1} + 1 }=2^0=1
3. M: 1.0..0 = 1
4. S \* E \* M = 1 \* 1 \* 1 = 1, что и требовалось.